**对称性在数列计算中的妙用**

**永定一中 廖可媛**

中国人讲究对称美，因而在生活中随处可见对称的图案、物品等。数学中，作为图形的一种性质——对称性，不仅使图形显得优美，更能在解题中化繁为简、化难为易。这里，我们主要展示利用对称性给数列计算带来的方便。

1. 求通项公式

1.累加法：

例如，在数列中，已知，求数列的通项公式。

分析：根据已有的递推关系，首先对其移项，得，显然要求其通项公式，需用累加法，且对依次取1,2,3，…，，有







……



对以上个等式相加，左边相加后，，…，均可抵消，只留下第一个等式左边的第二项和最后一个等式左边的第一项，右边相加较容易

可看到左边剩余的两项具有“对称性”。

2.累乘法：

例如：在数列中，，求数列的通项公式。

分析：由于给出的对推关系是与之比，因此要求通项公式应采取累乘法

在分子与分母约分后，还留下第一个分式的分子和最后一个分式的分母1，具有对称性。

若剩余部分是第一、二个分式的分子，则必定还有最后一、二个分式的分母，把上式中的条件“”改为“”，则



约分后的分子剩下第一、二个，则分母剩下最后一、二个，具有对称性。

1. 裂项相消求数列前项和

例：已知数列的通项公式，求前项和。

分析：根据通项公式的特点，易知，中间有项均已抵消，还剩下第一个括号里的第一项和最后一个括号里的第二项，利用“对称性”可粗略地检验计算结果的准确性。

若把通项公式改为“”，则可知，

可以看到相消后还剩余的是第一、二个小括号中的第一项，则必定还有最后两个小括号中的第二项，于是



三、求数列的项

1. 等差数列

当三个数或四个数成等差数列且和为定值时，可以用基本量，首项和公差进行假设，列方程组求解，也可以用对称的假设方法：三个数时，设；四个数时，设，利用和为定值，先求出其中某个未知量。

例1、有三个数成等差数列，它们的和为，积为，求这三个数，

方法一：设这三个数，分别为，则有



方法二：设这三个数分别为，则



方法三：设这三个数分别为，则



显然方法三在计算上简便得多。

例2、四个数成递增等差数列，中间两数的和为，首末两项的积为，求这四个数

方法一，设这四个数分别为，则



方法二，设这四个数分别为,则



方法三，设这四个数分别为,则



比较上述三种假设方法，方法三在计算上有明显得优势。

2.等比数列

三个数或四个数成等比数列时，可根据定义进行假设为;也可利用“对称性”假设为



例1、三个数成等比数列，其积为512，如果第一个数与第三个数各减去2，则这三个数成等差数列，求这三个数

方法一：设这三个数分别为，则



方法二：设这三个数分别为，则



方法三：设这三个数分别为，则



例2、已知四个正数成等比数列，积为16，且第二个数与第三个数和为5，求这四个数，

方法一：设这四个数分别为，，则



方法二：设这四个数分别为，则



经比较发现，利用“对称性”假设，可在计算上化难为易。

对称性是研究数学问题的一种重要性质，上述仅展示其在数列计算上的作用，当然对称性在图形上，函数上也尽显神通，这里我们暂不讨论。只要我们善于发现，思考，总结，往往能将困难简单化，各个击破，百战百胜。

（本文在2018年龙岩市“普通高中教学教研开放活动”教师论文评选中荣获二等奖）